绝密★启用前

2023 年成人高等学校招生全国统一考试高起点

数学(文史财经类)

本试卷分第 Ⅰ 卷(选择题)和第 Ⅱ 卷(非选择题)两部分. 满分 150 分. 考试时间 120 分钟.

题 号	一	二	三	总 分	统分人签字
分 数					

密 封 线 内 不 要 答 题

姓名 考号 科类

第 Ⅰ 卷(选择题,共 85 分)

得 分	评卷人

一、选择题(本大题共 17 小题,每小题 5 分,共 85 分. 在每小题给出的四个选项中,只有一项是符合题目要求的)

1. 函数 $y=-x^2+2x$ 的值域是 【 】

A. $[0,+\infty)$　B. $[1,+\infty)$

C. $(-\infty,1]$　D. $(-\infty,0)$

2. 一批产品共有 5 件,其中 4 件为正品,1 件为次品,从中一次取出 2 件均为正品的概率为【 】

A. 0.6　B. 0.5

C. 0.4　D. 0.3

3. 函数 $f(x)=\sqrt[3]{x^2-1}$ 的定义域为 【 】

A. $\mathbf{R}$　B. $\{1\}$

C. $\{x\mid |x|\leqslant 1\}$　D. $\{x\mid |x|\geqslant 1\}$

4. 若 $x<y<0$,则 【 】

A. $\frac{1}{x}<\frac{1}{y}$　B. $\frac{x}{y}<\frac{y}{x}$

C. $\frac{x+y}{2}>\sqrt{xy}$　D. $\frac{y}{x}+\frac{x}{y}>2$

5. 一个袋子中装有标号分别为 1,2,3,4 的四个球,采用有放回的方式从袋中摸球两次,每次摸出一个球,则恰有一次摸出 2 号球的概率为 【 】

A. $\frac{1}{8}$　B. $\frac{1}{4}$

C. $\frac{3}{8}$　D. $\frac{1}{2}$

6. 下列函数中,为增函数的是 【 】

A. $y=x^3$　B. $y=x^2$

C. $y=-x^2$　D. $y=-x^3$

7. 已知点 $M(1,2)$,$N(2,3)$,则直线 MN 的斜率为 【 】

A. $\frac{5}{3}$　B. 1

C. -1　D. $-\frac{5}{3}$

8. 如果点 $A(1,1)$ 和 $B(2,4)$ 关于直线 $y=kx+b$ 对称,则 $k=$ 【 】

A. -3　B. $-\frac{1}{3}$

C. $\frac{1}{3}$　D. 3

9. 若向量 $\boldsymbol{a}=(1,-1)$,$\boldsymbol{b}=(1,x)$,且 $|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=2$,则 $x=$ 【 】

A. -4　B. -1

C. 1　D. 4

10. 设 $0<\alpha<\frac{\pi}{4}$,则 $\sqrt{1-2\sin\alpha\cos\alpha}=$ 【 】

A. $\sin\alpha+\cos\alpha$　B. $-\sin\alpha-\cos\alpha$

C. $\sin\alpha-\cos\alpha$　D. $\cos\alpha-\sin\alpha$

11. 设 $f(x)=x^3+ax^2+x$ 为奇函数,则 $a=$ 【 】

A. 1　B. 0

C. -1　D. -2

12. 在等比数列 $\{a_n\}$ 中,$a_2=1$,公比 $q=2$,则 $a_5=$ 【 】

A. $\frac{1}{8}$　B. $\frac{1}{4}$

C. 4　D. 8

13. 设集合 $M=\{x\in\mathbf{R}\mid x^2=1\}$,$N=\{x\in\mathbf{R}\mid x^3=1\}$,则 $M\cap N=$ 【 】

A. $\{1\}$　B. $\{-1\}$

C. $\{-1,1\}$　D. $\varnothing$

14. 函数 $y=\sin(x+11)$ 的最大值是 【 】

A. 11　B. 1

C. -1　D. -11

15. 设 α 是第一象限角,$\sin\alpha=\frac{1}{3}$,则 $\sin 2\alpha=$ 【 】

A. $\frac{4}{9}$　B. $\frac{\sqrt{2}}{3}$

C. $\frac{4\sqrt{2}}{9}$　D. $\frac{2}{3}$

16. 设 $\log_2 x=a$,则 $\log_2(2x^2)=$ 【 】

A. $2a^2+1$　B. $2a^2-1$

C. $2a-1$　D. $2a+1$

17. 设甲：$\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2}$，乙：$\cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$，则 【　　】

A. 甲是乙的充分条件但不是必要条件

B. 甲是乙的必要条件但不是充分条件

C. 甲是乙的充要条件

D. 甲既不是乙的充分条件也不是乙的必要条件

第 Ⅱ 卷（非选择题，共 65 分）

得　分	评卷人

二、填空题（本大题共 4 小题，每小题 4 分，共 16 分）

18. 过点(2,0)作圆 $x^2 + y^2 = 1$ 的切线，切点的横坐标为__________.

19. 曲线 $y = \frac{1}{x^2}$ 在点(1,1)处的切线方程是__________.

20. 函数 $y = -x^2 + ax$ 图像的对称轴为 $x = 2$，则 $a =$ __________.

21. 九个学生期末考试的成绩分别为

79　63　88　94　99　77　89　81　85

这九个学生成绩的中位数为__________.

得　分	评卷人

三、解答题（本大题共 4 小题，共 49 分. 解答应写出推理、演算步骤）

22.（本小题满分 12 分）

记 $\triangle ABC$ 的内角 A,B,C 的对边分别为 a,b,c，已知 $B = 60°$，$b^2 = ac$，求 A.

23.（本小题满分 12 分）

已知等差数列$\{a_n\}$中，$a_1 + a_3 + a_5 = 6$，$a_2 + a_4 + a_6 = 12$，求$\{a_n\}$的首项与公差.

24.（本小题满分 12 分）

已知抛物线 $C: y^2 = 2px\ (p > 0)$ 的焦点到准线的距离为 1.

（Ⅰ）求 C 的方程；

（Ⅱ）若 $A(1,m)\ (m > 0)$ 为 C 上一点，O 为坐标原点，求 C 上另一点 B 的坐标，使得 $OA \perp OB$.

25.（本小题满分 13 分）

已知函数 $f(x) = (x-4)(x^2 - a)$.

（Ⅰ）求 $f'(x)$；

（Ⅱ）若 $f'(-1) = 8$，求 $f(x)$ 在区间$[0,4]$的最大值与最小值.

参考答案及解析

一、选择题

1.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的值域.

【应试指导】 $y=-x^2+2x=1-(x-1)^2\leqslant 1$,故原函数的值域为$(-\infty,1]$.

2.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为随机事件的概率.

【应试指导】 一次取出2件均为正品的概率为 $P=\frac{C_4^2}{C_5^2}=\frac{3}{5}=0.6$.

3.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的定义域.

【应试指导】 对于$f(x)=\sqrt[3]{x^2-1}$,奇次根号下无要求,故函数的定义域为$\mathbf{R}$.

4.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为不等式的性质.

【应试指导】 因为$x<y<0$,故$\frac{y}{x}+\frac{x}{y}>2\sqrt{\frac{y}{x}\cdot\frac{x}{y}}=2$.

5.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为独立重复试验的概率.

【应试指导】 所求概率为 $P=C_2^1\frac{1}{4}\cdot\frac{3}{4}=\frac{3}{8}$.

6.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的单调性.

【应试指导】 对于$y=x^3$,$y'=3x^2\geqslant 0$,故$y=x^3$为增函数.

7.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为直线的斜率.

【应试指导】 直线MN的斜率为$\frac{3-2}{2-1}=1$.

8.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为两垂直直线斜率的关系.

【应试指导】 直线AB的斜率为$\frac{4-1}{2-1}=3$,点A、B关于直线$y=kx+b$对称,因此直线AB与其垂直,故$3k=-1$,

得$k=-\frac{1}{3}$.

9.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为向量的加法和模.

【应试指导】 $\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}=(2,x-1)$,所以$|\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}|=\sqrt{2^2+(x-1)^2}=2$,解得$x=1$.

10.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的运算.

【应试指导】 当$0<\alpha<\frac{\pi}{4}$时,$\cos\alpha>\sin\alpha>0$,所以$\sqrt{1-2\sin\alpha\cos\alpha}=\sqrt{(\sin\alpha-\cos\alpha)^2}=|\sin\alpha-\cos\alpha|=$

$\cos\alpha-\sin\alpha$.

11.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为函数的奇偶性.

【应试指导】 因为$f(x)$为奇函数,故$f(-x)=-f(x)$.即$-x^3+ax^2-x=-x^3-ax^2-x$,得$2ax^2=0$,则$a=0$.

12.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为等比数列.

【应试指导】 $a_5=a_2q^3=2^3=8$.

13.【答案】 A

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为集合的运算.

【应试指导】 由题意$M=\{-1,1\}$,$N=\{1\}$,所以$M\cap N=\{1\}$.

14.【答案】 B

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的值域.

【应试指导】 因为$-1\leqslant\sin(\omega x+\varphi)\leqslant 1$,所以$-1\leqslant\sin(x+11)\leqslant 1$,故$y=\sin(x+11)$的最大值为1.

15.【答案】 C

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为三角函数的二倍角公式.

【应试指导】 α在第一象限,则$\cos\alpha=\sqrt{1-\sin^2\alpha}=\frac{2\sqrt{2}}{3}$,$\sin2\alpha=2\sin\alpha\cos\alpha=2\times\frac{1}{3}\times\frac{2\sqrt{2}}{3}=\frac{4\sqrt{2}}{9}$.

16.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为对数函数的性质.

【应试指导】 $\log_2(2x^2) = \log_2 2 + \log_2 x^2 = 1 + 2\log_2 x = 1 + 2a$.

17.【答案】 D

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为简易逻辑.

【应试指导】 由于 $\sin x = \frac{\sqrt{2}}{2} \nLeftrightarrow \cos x = \frac{\sqrt{2}}{2}$,故甲既不是乙的充分条件,也不是乙的必要条件.

二、填空题

18.【答案】 $\frac{1}{2}$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为圆的切线.

【应试指导】 设切点(x_0,y_0),则有$\frac{y_0}{x_0}\cdot\frac{y_0}{x_0-2}=-1$,即$y_0^2+x_0^2-2x_0=0$,又$y_0^2+x_0^2=1$,所以$x_0=\frac{1}{2}$,故切点的横坐标为$\frac{1}{2}$.

19.【答案】 $2x+y-3=0$

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为切线方程.

【应试指导】 由题意,该切线斜率$k=\left(\frac{1}{x^2}\right)'\bigg|_{x=1}=-2$,又过点$(1,1)$,所以切线方程为$y-1=-2(x-1)$. 即$2x+y-3=0$.

20.【答案】 4

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为二次函数的性质.

【应试指导】 由题意,该函数图像的对称轴为$x=-\frac{a}{-2}=\frac{a}{2}=2$,得$a=4$.

21.【答案】 85

【考情点拨】 本题主要考查的知识点为中位数.

【应试指导】 将成绩按由小到大排列:63,77,79,81,85,88,89,94,99. 因此中位数为85.

三、解答题

22. 由余弦定理 $b^2=a^2+c^2-2ac\cos B$,可得 $ac=a^2+c^2-ac$,

即 $a^2+c^2-2ac=(a-c)^2=0$,解得 $a=c$.

又因为 $B=60°$,故 $\triangle ABC$ 为等边三角形,所以 $A=60°$.

23. 因为$\{a_n\}$为等差数列,则$\begin{cases}a_1+a_3+a_5=3a_1+6d=6,\\a_2+a_4+a_6=3a_1+9d=12,\end{cases}$

解得$\begin{cases}a_1=-2,\\d=2.\end{cases}$

24. (Ⅰ) 由题意,该抛物线的焦点到准线的距离为$\frac{p}{2}-\left(-\frac{p}{2}\right)=p=1$,

所以抛物线 C 的方程为 $y^2=2x$.

(Ⅱ) 因 $A(1,m)(m>0)$ 为 C 上一点,故有 $m^2=2$,

可得 $m=\sqrt{2}$,因此 A 点坐标为$(1,\sqrt{2})$.

设 B 点坐标为$(x_0,-\sqrt{2x_0})$,则 $k_{OA}=\sqrt{2}$,$k_{OB}=\frac{-\sqrt{2x_0}}{x_0}$.

因为 $OA\perp OB$,则有 $k_{OA}\cdot k_{OB}=-1$.

即$\sqrt{2}\cdot\frac{-\sqrt{2x_0}}{x_0}=-1$,解得 $x_0=4$.

所以 B 点的坐标为$(4,-2\sqrt{2})$.

25. (Ⅰ) $f'(x)=(x-4)'(x^2-a)+(x-4)(x^2-a)'$

$=x^2-a+2x(x-4)$

$=3x^2-8x-a$.

(Ⅱ) 由于$f'(-1)=3+8-a=8$,得 $a=3$.

令 $f'(x)=3x^2-8x-3=0$,

解得 $x_1=3$,$x_2=-\frac{1}{3}$(舍去).

又 $f(0)=12$,$f(3)=-6$,$f(4)=0$.

所以在区间$[0,4]$上函数最大值为12,最小值为-6.